

转静件碰摩模型 及不对中转子局部碰摩的混沌特性

北京航空航天大学 刘献栋* 李其汉

【摘要】 本文从经典碰撞理论出发,建立了一种应用广泛的碰摩模型,分析了两种特殊情况,并给出了适合航空发动机转子系统的碰摩模型。建立了考虑静子本身刚度的不对中质量偏心转子碰摩的动力学方程,并进行数值计算、分析。分析表明,系统除了具有各种形式的周期运动、拟周期运动外,还具有丰富的混沌运动与分叉现象。

主题词: 转子 摩擦 模型 混沌 分叉现象

分类号: V 231.96

1 引言

在涡轮机械及其它高速旋转机械中,随着高转速高效率的需求,转子与静子的间隙越来越小。这导致了转子与静子的碰摩故障不断发生,特别是在封严装置转静件间以及叶片端部和机匣之间。转子与静子的碰摩故障通常表现为其它故障的间接结果。

在对旋转机械进行故障诊断时,由于一些故障的复杂性,仅考虑系统的同频与分频振动还不足以进行准确的诊断,还必须考虑更复杂的振动特性^[1]。近年来,已经提出了应用混沌运动作为描述故障特征的工具^[2],用于故障诊断。

要研究碰摩转子的混沌特性,建立合理的动力学模型十分重要,而其关键在于碰摩力刻画的是否准确。目前有两种碰摩力模型应用较多,一种是基于静子是完全弹性的思想,即不考虑碰撞效应;另一种是基于静子是完全刚性的思想,即认为静子的变形极小,仅考虑碰撞效应。事实上,这两种模型的使用都有局限性。

本文从经典碰撞理论出发建立了一种更通用的碰摩力模型,研究发现以上两种模型仅是本文模型的两种特殊情况,同时得出了以上两种模型的应用范围,讨论了适合航空发动机转子系统的碰摩力模型。本文还建立了考虑静子本身刚度的不对中质量偏心转子碰摩动力学方程,并且进行数值计算、分析了各主要参数对运动的影响。分析表明,系统除了具有各种形式的周期运动、拟周期运动外,还具有丰富的混沌运动与分叉现象。

2 碰摩模型

本文利用经典碰撞理论建立碰摩模型,即以下讨论基于两个基本假设:碰撞作用时间极短,从而忽略碰撞过程中物体的位移;其它力相对碰撞力来说很小,而忽略不计。

假定: Jeffcott 转子的转轴无质量, 刚性系数为 k ; 阻尼系数为 c ; 转盘质量为 M ; 转、静件碰撞时, 静子上与转子相接触部分的质量为 m ; 静子上与转子相接触部分因碰撞而运动时受到弹性力、阻尼力, 对应的弹性系数、阻尼系数分别为 k_c 和 d_c 。于是碰撞过程就可

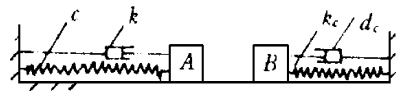


图 1 弹簧阵子系统

用如图 1 的弹簧—振子系统来描述, 质量块 A 的质量为 M , 碰撞前后的速度分别为 v_1 和 u_1 , 质量块 B 的质量为 m , 碰撞前后的速度分别为 v_2 和 u_2 , $v_2 = 0$ 。设碰撞的恢复系数为 k^* , $1 > k^* > 0$, 根据经典碰撞理论可得:

$$u_1 = [(M - k^*m)v_1]/(M + m), \quad u_2 = [M(1 + k^*)v_1]/(M + m) \quad (1)$$

若假定 B 块本身的阻尼系数、弹性系数分别为 K_f 和 D_f (与转静件碰摩情况相对应, 则 $K_f = (k_1k_2)/(k_1 + k_2)$ 和 $D_f = c_1 + c_2$, k_1 和 k_2 分别为转、静件材料的弹性系数, c_1 和 c_2 分别为转、静件材料的阻尼系数), 则恢复系数 k^* 可按文献[3]给出的公式计算。

若取 $M = nm$, 在碰撞过程中 A 块受到的冲量则为: $F\tau = -Mv_1(1 + k^*)/(1 + n)$

若碰摩前后转子和静子上那部分质量的法向速度分别为 v_{1n} , u_{1n} 和 v_{2n} , u_{2n} , $v_{2n} = 0$, 则有:

$$u_{1n} = [(n - k^*)v_{1n}]/(1 + n), \quad u_{2n} = [n(1 + k^*)v_{1n}]/(1 + n) \quad (2)$$

若碰摩前后转子和静子上那部分质量的切向速度分别为 $v_{1\tau}$, $u_{1\tau}$ 和 $v_{2\tau}$ ($v_{2\tau} = 0$), $u_{1\tau}$, 则利用切向的冲量定理有:

$$u_{1\tau} = v_{1\tau}(1 + k^*)v_{1n}\mu/(1 + n), \quad u_{2\tau} = n(1 + k^*)v_{1n}\mu/(1 + n) \quad (3)$$

有了转子与静子碰撞过程完成后的速度, 结合它们的动力学方程, 可计算并判断出随后转子是脱离静子还是与静子继续接触, 若转子脱离静子, 则用不碰摩时的动力学方程描述其运动, 若与静子继续接触, 则碰摩力用以下第 1 种情况所述表示, 建立转子的动力学方程, 进而可研究它们随后的运动。下面对两种特殊情况进行讨论:

(1) 若 $n \gg k^*$, 即转子的质量远大于与其接触的静子部分质量的碰摩情况, 根据 (2) 和 (3) 式可得:

$$u_{1n} \approx v_{1n}, \quad u_{2n} \approx (1 + k^*)v_{1n}, \quad u_{1\tau} \approx v_{1\tau}, \quad u_{2\tau} \approx (1 + k^*)v_{1n}\mu$$

可见, 这两部分在碰撞完成后在法向具有同向速度, 且 $u_{2n} > u_{1n}$, 但静子本身具有很大的刚度限制了该部分的运动, 从而使这两部分有合在一起在法向运动的趋势, 所以碰撞结束后转子受到静子作用的法向力近似为 $k_c\epsilon$, k_c 为静子刚度, ϵ 为转子与静子相接触后一起沿法向的位移, 转子受到的切向力近似为 $\mu k_c\epsilon$ 。本情况与文献[4]的模型相对应。

(2) 若 $m \gg M$, 即 $n \rightarrow 0$, 静子的质量远大于转子质量的转静件碰摩情况, 则由 (2) 和 (3) 式可得: $u_{1n} = (n - k^*)v_1/(n + 1) \approx -k^*v_{1n}$, $u_{2\tau} \approx 0$, $u_{1\tau} \approx v_{1\tau} - \mu(1 + k^*)v_{1n}$, $u_{2\tau} \approx 0$

这意味着碰撞后, 转子将被弹回, 但速度发生了变化。本情况与文献[5]的模型相对应。

对于航空发动机来说, 静子即机匣属薄壳结构, 且密度较小, 所以碰摩时与转子接触的静子部分质量相对转子来说小得多, 故选择情况 1 作为碰摩模型计算简单且较为合理。本文以下的研究采用情况 1 的模型。

3 转子系统动力学方程

不对中质量偏心 Jeffcott 转子系统的模型见图 2, 系统静止时, 转子形心位于静子形心的正下方, 它们的间距为 δ 。转子旋转

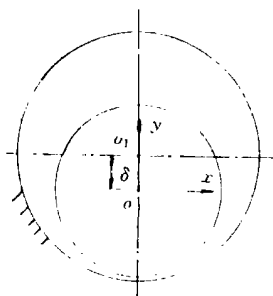


图 2 不对中转子系统简图

过程中, 转、静子形心距为 $r = \sqrt{(y - \delta)^2 + x^2}$; r_0 为间隙圆半径; xoy 是建立在系统静止时转子形心的固定坐标系。

当 $r > r_0$ 时, 碰摩发生, 碰摩转子系统的动力学方程为:

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + k_c(1 - r_0/r)[x - \mu(y - \delta)] = m e \Omega^2 \cos \Omega t \\ m\ddot{y} + c\dot{y} + ky + k_c(1 - r_0/r)[\mu x + (y - \delta)] = m e \Omega^2 \sin \Omega t \end{cases} \quad (4)$$

对微分方程实施无量纲化, 取: $X = x/e$, $Y = y/e$, $R_0 = r_0/e$, $\Delta = \delta/e$, $R = r/e = \sqrt{X^2 + (Y - \Delta)^2}$ 。取新的时间刻度: $\tau = \omega t$, $\omega^2 = (k + k_c)/m$ 。另取: $c/m = 2\zeta\omega$, $\bar{\omega} = \Omega/\omega$, $\beta = k/(k + k_c)$ 。考虑到: $\ddot{x} = X''e = X''\omega^2 e$, $\dot{x} = X'\omega e$ 。于是(4)式可写成:

$$\begin{cases} X'' + 2\zeta X' + \beta X + (1 - \beta)(1 - R_0/R)[X - \mu(Y - \Delta)] = \bar{\omega} \cos(\bar{\omega}\tau) \\ Y'' + 2\zeta Y' + \beta Y + (1 - \beta)(1 - R_0/R)[\mu X + (Y - \Delta)] = \bar{\omega} \sin(\bar{\omega}\tau) \end{cases} \quad (5)$$

当 $r \leq r_0$ 时, 不发生碰摩, 其动力学方程及无量纲化的方程分别与方程(4)中 $k_c = 0$ 和方程(5)中忽略左侧第 3 项的情况对应。将以上方程降阶后, 用预估—校正的 4 阶 ADAM S 法进行数值计算。计算结果用下述方式表示:

分叉图: 考虑一连续变化参数, 针对每一个取值对系统进行计算, 作系统的 Poincaré 截面, 用其中的 Y 值作分叉图的纵坐标, 而该参数为横坐标, 由此而得的平面图为分叉图。通过分叉图可较为清晰地得知周期运动与复杂运动(拟周期运动或混沌运动)对应的参数范围, 并且可在一定程度上判定通向混沌的道路。但在分叉图上不能区分拟周期运动与混沌运动。

Poincaré 图: 每隔一个周期(激励项的周期)在系统响应中取一次 Y 和 Y' , 并分别作为横坐标、纵坐标, 所得到的平面图为 Poincaré 图。若系统的响应为周期 n 解, 则其 Poincaré 图上有 n 个孤立的点, 若是拟周期运动, 则呈现为封闭曲线, 混沌运动则对应一片或多片分散的点。

转子轴心轨迹: 将转子轴心轨迹及间隙圆作在一个图上, 这样可了解到一些碰摩情况。

4 计算与分析结果

计算中所取的参数为: $\zeta = 0.05$, $\mu = 0.1$, $\beta = 0.1$, $R_0 = 2$, $\Delta = 1$, 在考虑某参数的影响时, 其它参数不变。

图 3 是以转速比 $\bar{\omega}$ 为控制参数的分叉特性, 大致

图 3 $\bar{\omega}$ 为控制参数的分叉图

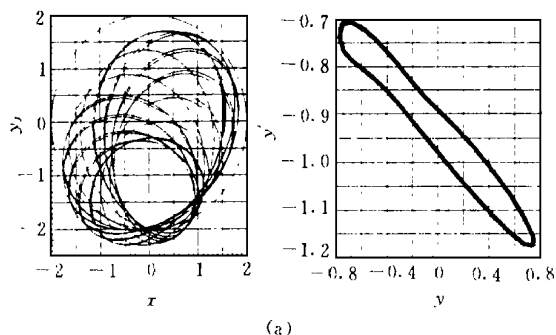
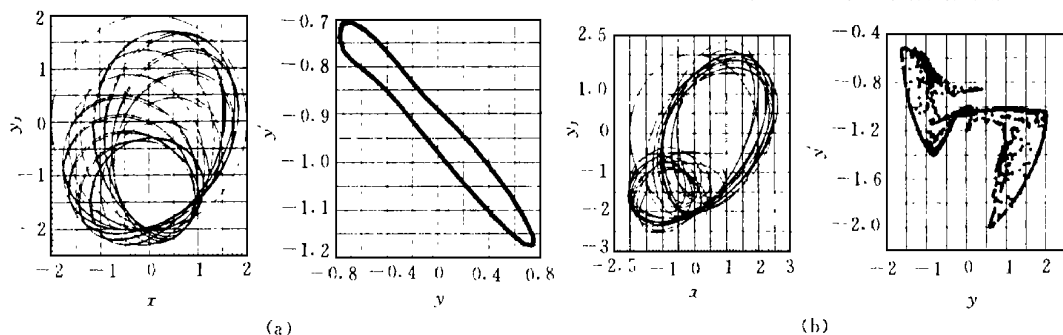


图 4 (a) $\bar{\omega} = 0.695$ 时和 (b) $\bar{\omega} = 0.9117$ 时轴心轨迹及 Poincaré 图

可分成 3 个复杂运动区域。在 $\bar{\omega} < 0.685$ 时, 发生周期为 1 的运动, 随着 $\bar{\omega}$ 的增大, 变为拟周期运动(图 4a); 当增至 0.697 时, 系统发生混沌运动, 在 0.697~0.91175 之间系统的响应为混沌运动(图 4b), 当 $\bar{\omega}$ 增至 0.911 后, 随着其增加吸引子逐步收缩, 混沌性态逐步减弱, 达到 0.912 时混沌运动突然变为周期为 2 的运动(图 5)。所以在第一个复杂运动区域是以拟周期分叉的途径进入混沌状态, 而以混沌—周期突发的途径离开混沌区域。从分叉图上可以看出 $\bar{\omega}$ 在 0.912~1.191 之间时系统为周期为 2 和 3 的运动, 随着 $\bar{\omega}$ 的增加系统又通过拟周期分叉的途径进入混沌运动(图 6a), 该区域范围为 1.191~1.3102, 当 $\bar{\omega}$ 在 1.262 附近时, 混沌运动中断, 运动呈现为周期运动, 显然这是复杂运动区域中的一个周期窗口, 范围约为 1.260~1.2622, 随着 $\bar{\omega}$ 的增加系统又进入混沌运动直至 1.3102(图 6b), $\bar{\omega} = 1.3103$ 时系统突然变为周期为 3 的运动(图 7),

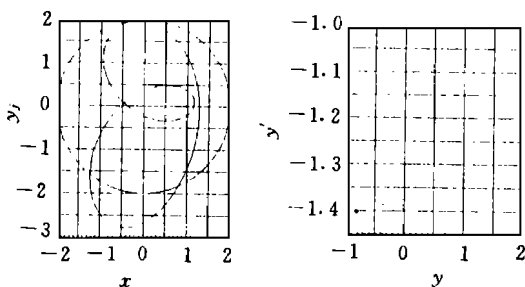


图 5 $\bar{\omega} = 0.912$ 时轴心轨迹及 Poincaré 图

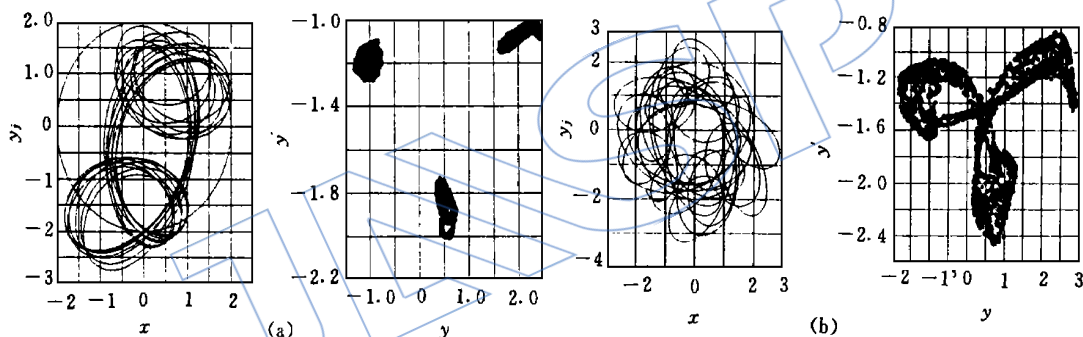


图 6 (a) $\bar{\omega} = 1.21$ 时和 (b) $\bar{\omega} = 1.3102$ 时轴心轨迹及 Poincaré 图

显然这个区域也是以拟周期分叉, 以混沌—周期突发的途径进入和离开混沌运动的。 $\bar{\omega}$ 在 1.3103~1.3475 之间时, 系统作周期为 1 的运动, $\bar{\omega}$ 增至 1.3476 时, 系统突然发生混沌运动(图 8), 显然是以周期—混沌突发的途径进入该区域的, $\bar{\omega}$ 在 1.3476~1.367 之间时, 系统为混沌运动, 在 1.37 附近又以混沌—周期突发的途径离开此区域。

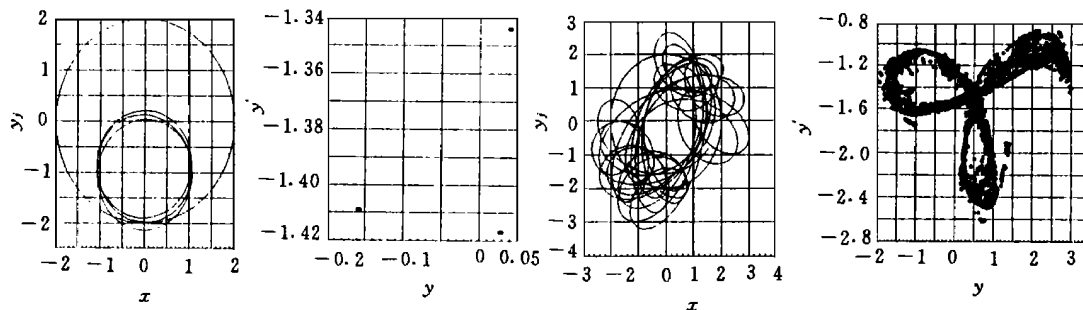


图 7 $\bar{\omega} = 1.3103$ 时的轴心轨迹及 Poincaré 图

图 8 $\bar{\omega} = 1.3476$ 时的轴心轨迹及 Poincaré 图

图 9 是 $\bar{\omega} = 0.5$ 时转、静件间摩擦系数 μ 作为控制参数的分叉图。从图中可见, 随着 μ 增加, 系统的复杂运动将会提前出现, 进一步研究还会发现在复杂运动区域内不存在混沌运动。

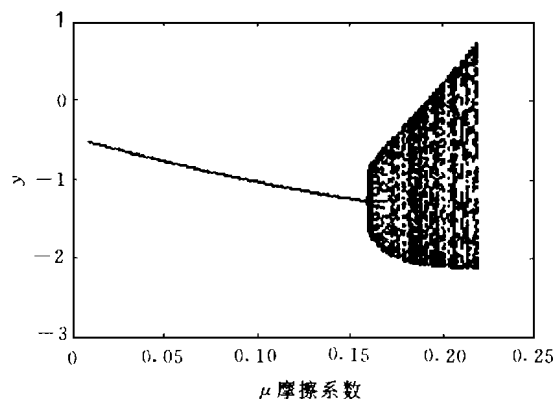
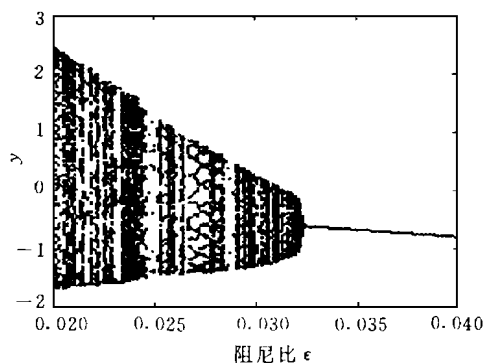
图 9 μ 为控制参数的分叉图图 10 ζ 为控制参数的分叉图

图 10 是 $\bar{\omega} = 0.5$ 时, 以 ζ 为控制参数的分叉图。从图中可看出, ζ 越小, 复杂运动出现的越早。进一步研究还会发现在复杂运动区域内周期运动、拟周期运动、混沌运动交替出现, 表现为非常复杂的运动形式。

5 结 论

本文建立了一种应用广泛的碰摩模型, 选择了适合航空发动机转子系统的碰摩模型。建立了考虑静件本身刚度的不对中质量偏心转子碰摩的动力学方程, 讨论了转速比 $\bar{\omega}$ 转、静件间摩擦系数 μ 、转子阻尼比 ζ 对碰摩转子系统运动特性的影响。分析表明, 随着 $\bar{\omega}$ 的变化系统具有丰富的周期运动、拟周期运动及混沌运动, 在所研究的范围内有 3 个复杂运动区域, 进入、离开这些区域的途径不一定相同; μ 增加, 复杂运动可提前出现; 而 ζ 减小, 复杂运动可提前出现; 本文所涉及的通向、离开混沌的道路为拟周期分叉和周期—混沌突发途径。不对中质量偏心转子系统碰摩所展示的混沌运动及所具有的各种现象, 作为这类转子的显著特征对于碰摩故障的诊断有重要意义。

参 考 文 献

- 1 褚福磊, 张正松, 冯冠平. 碰摩转子系统的混沌特性. 清华大学学报(自然科学版), 1996, 36(7): 52- 57
- 2 Adam s M L, Abu- Mahfouz I A. Explatory Research on Chaos Concepts as Diagnostic Tools for Assessing Rotating machinery Vibration Signatures. Proceedings of the Fourth International Conference on Rotor Dynamics, Chicago, U S A, 1994: 29- 39
- 3 Goldman P, Muszynska A. Dynamic Effects in Mechanical Structure with Gaps and Impacting Order and Chaos, A S M E Journal of Vibration and Acoustics, 1994, 116: 541- 547
- 4 John L Isaksson. Dynamics of a Rotor with Annular Rub. Proceedings of the Fourth International Conference on Rotor Dynamics, Chicago, U S A, 1994: 85- 90
- 5 Li G X, Paidoussis M P. Impact Phenomena of Rotor- casing Dynamical System. Nonlinear Dynamics, 1994, (5): 53- 70
- 6 郑吉兵, 梁工谦, 孟光等. 亚临界情形下非线性裂纹转子的分叉与混沌. 固体力学学报, 1997, 18(3): 275- 278

(责任编辑 王震华)

sults show s that the effect of the active control is remarkable, and the computational method is feasible

Key Words Shape memory alloys Active Control Cracks

IMPACT- RUB MODEL AND CHAOTIC FEATURE OF PARTIAL RUB OF ECCENTRIC ROTOR

L i u X i a n d o n g and L i Q i a n

(4th Dept Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

ABSTRACT A general impact- rub model is established according to the classical impact theory. Then the suitable impact- rub model for aeroengine is found out. Two special examples of this general model are analyzed. The impact- rub dynamic equations of an eccentric and unbalanced rotor system are derived, which take the stiffness of stator into account. The equations are calculated numerically and the results are analyzed. The results reveal that the system possesses varied chaotic motions and bifurcation phenomena, besides periodic and quasi- periodic vibrations. The chaotic motions and related phenomena discovered in the impact- rub fault of the eccentric rotor system can be taken as its remarkable features and serve as symptoms to diagnose the impact- rub fault.

Key Words Rotors Rub Models Chaos Bifurcation

A SOLUTION FOR DYNAMIC RESPONSE OF SHROUDED BLADED DISC WITH COULOMB DAMPING

L i L i n

(4th Dept Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

ABSTRACT The paper deals with dynamic response solution problem of shrouded bladed disc assemblies with dry friction. A hypothesis of multi- harmonic variables has been introduced into AFT method, so that its divergence problem due to alias and leakage error in iteration has been solved. This improved AFT method is independent of the harmonic number in variables of the friction number elements in the system. So it is a general method for solving dynamic response of a non- linear system. A model of cyclic two- dimensional substructure for a bladed disc has been calculated by this method, and the results have been compared with those of the direct integration method.

Key Words Non- linear systems Vibration Responses Friction Damping

A COMPUTER- AIDED COMPLEX 3D PIPING SYSTEM

Fan J i a n g and M a M e i

(4th Dept Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

ABSTRACT A computer- aided piping system has been researched and established for complex 3D plumbing system on aircraft engine. This system is based on the user- defined pipe object and realizes piping on aircraft engine casing with same or different ge-